МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕШЕНИЙ КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ В КОМПЬЮТЕРНОЙ СРЕДЕ GEOGEBRA

MODELING OF SOLUTIONS OF COMBINATORIAL PROBLEMS IN COMPUTER ENVIRONMENT GEOGEBRA

М.А.Кейв, В.А. Кожуховская М.А.Kejv, V.A.Kozhukhovskaya

Моделирование, моделирование решений, компьютерное моделирование, компьютерная среда, GeoGebra, комбинаторные задачи, моделирование решений комбинаторных задач.

В статье рассматриваются методические аспекты решения математических задач с использованием возможностей компьютерной среды GeoGebra. Описан авторский прием решения одной из известных комбинаторных задач – задачи о ханойской башне. Проиллюстрирован алгоритм построения анимационного чертежа в среде GeoGebra.

Modeling, modeling solutions, computer modeling, computer environment, GeoGebra, combinatorial problems, design of solutions to combinatorial problems.

In the article the methodological aspects of solving mathematical problems using the capabilities of a computer environment GeoGebra. Describes the

author's decisions one of well-known combinatorial problems – the problem of Hanoi tower. Illustrates the algorithm for constructing the animated drawing in the environment of GeoGebra.

Компьютерное моделирование решения математической задачи предполагает использование специальных компьютерных программ (GeoGebra, «Живая математика» и др.) для создания компьютерной модели математических объектов, процессов и явлений, о которых идет речь в условии задачи. Такая компьютерная модель позволяет: лучше проникнуть в условие задачи; провести наблюдение за математическими объектами; сформулировать гипотезу решения и провести ее экспериментальное доказательство; визуализировать решение задачи с помощью анимации.

Анимационные чертежи (живые рисунки) делают математические понятия и утверждения наглядными, что способствует их усвоению. Особенно поучительным является самостоятельное изготовление живого рисунка, предполагающее глубокое проникновение в суть изображаемого. Живые рисунки можно использовать на разных стадиях изучения материала: как готовые наглядные пособия при изучении нового, как источник задач и сопровождения их решений, как инструмент для экспериментирования и проведения научных исследований [Ларин, 2015].

В данной статье представим опыт создания анимационных чертежей в компьютерной среде

GeoGebra, иллюстрирующих решение некоторых комбинаторных задач.

Главным признаком задач комбинаторного типа является вопрос задачи, который звучит как «Сколько вариантов?» или «Сколькими способами?». Решение комбинаторных задач напрямую зависит от того, понял ли решающий их смысл, сумел ли он правильно представить действие или процесс, которые были описаны в задаче.

Компьютерная среда GeoGebra предоставляет возможности для моделирования решений комбинаторных задач.

В качестве примера рассмотрим алгоритм построения компьютерной модели для решения одной из известных комбинаторных задач – задачи о ханойской башне: «Имеется три стержня и n колец разного размера. Вначале все кольца находятся на одном из трех стержней в порядке убывающего размера, как показано на рис. 1 для четырех колец. Нужно переместить имеющиеся кольца на другой стержень так, чтобы они остались в том же порядке. Этого нужно добиться, соблюдая следующие правила:

− на каждом шаге ровно одно кольцо перемещается с одного стержня на другой;

− кольцо большего размера нельзя помещать на меньшее;

− один из стержней можно использовать в качестве промежуточного.

Покажите, что это всегда можно сделать, и найдите, за какое наименьшее число перекладываний можно переместить k колец: а) k=2; б) k=3; в) k=4».

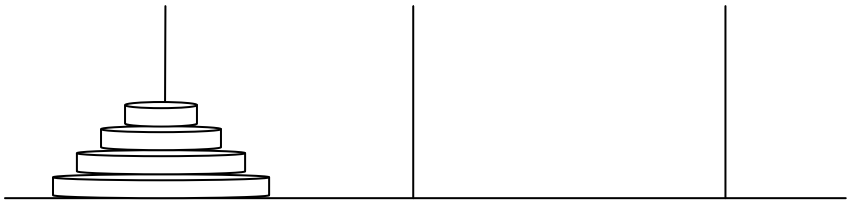

Рис. 1

Алгоритм построения модели для решения данной задачи при k=3 в компьютерной среде GeoGebra состоит из следующих шагов:

1 шаг. С помощью инструментов «Прямая» изображаем три стержня, а с помощью инструмента «Многоугольник» изображаем 3 кольца на одном из стержней. Создаем ползунок с именем n для подсчета числа перекладываний ($n \geq 0$, $n \in Z$) (рис. 2). Правой кнопкой мыши поочередно «кликаем» на каждое кольцо пирамиды и в меню «Свойства» выбираем вкладку «Дополнительно», с помощью которой задаем условия отображения для самого верхнего кольца n=0, для среднего кольца – n=0 или n=1, для самого большого кольца – n=0 или n=1 или n=2 или n=3.

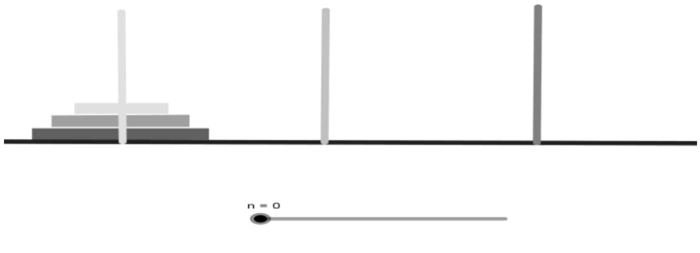

Рис. 2

2 шаг. Создаем копию верхнего кольца наименьшего размера и помещаем его на один из свободных стержней и устанавливаем для него условие отображения: n=1 или n=2.

3 шаг. Создаем копию среднего кольца и помещаем его на свободный стержень и устанавливаем для него условие отображения: n=2 или n=3 или n=4 или n=5 (рис 3).

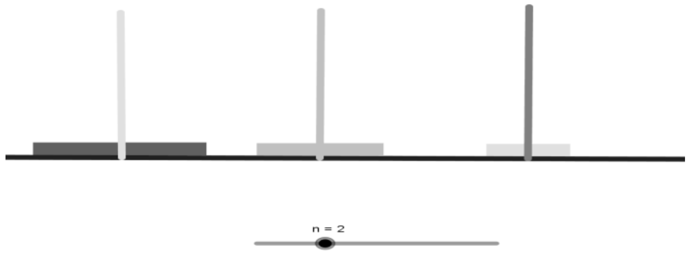

Рис. 3

4 шаг. Создаем ещё одну копию верхнего кольца наименьшего размера и помещаем его на кольцо среднего размера и устанавливаем для него условие отображения: n=3 или n=4.

5 шаг. Создаем копию самого большого кольца и помещаем его на освободившийся стержень и устанавливаем для него условие отображения: n=4 или n=5 или n=6 или n=7 (рис 4).

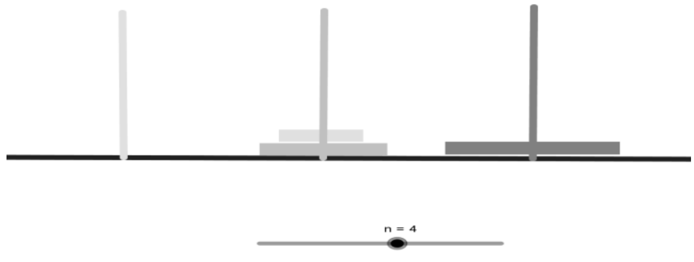

Рис. 4

6 шаг. Повторяем шаги 2, 3 и 4 – перекладываем кольца среднего и наименьшего размера на стержень с наибольшим кольцом, изменяя соответствующие условия отображения для этих объектов (рис. 5). Для ползунка n можно задать анимацию, в результате чего получиться анимационный чертеж, иллюстрирующий процесс решения задачи для k=3.

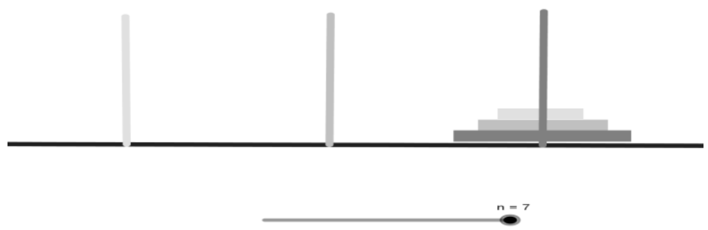

Рис. 5

С дидактической точки зрения довольно поучительным будет задание для учащихся, заключающееся в самостоятельном построении анимационных чертежей для решения данной задачи при k=4.

В процессе построения такой модели для k колец учащиеся могут заметить, что как только удалось переложить кольцо наибольшего размера с одного стержня на другой, задача сводится к уже знакомой – задаче о перекладывании (k-1) верхних колец. В результате учащиеся приходят к гипотезе о том, что если наименьшее число перекладываний, за которое можно переложить k колец, обозначить P_k, то оно будет равно сумме следующих чисел: P_{k-1} – наименьшее число перекладываний верхних (k-1) колец с одного стержня на другой; 1 – одно перекладывание самого нижнего большого кольца и P_{k-1} – наименьшее число перекладываний за которое можно снова переложить (k-1) верхних кольца на кольцо наибольшего размера. Приходим к рекуррентному соотношению: $P_k=2\ P_{k-1}+1$.

Таким образом, компьютерная среда GeoGebra предоставляет возможности для моделирования решений комбинаторных задач.

Библиографический список

1. Ларин С.В. Компьютерная анимация в среде GeoGebra на уроках математики: учебное пособие. – Ростов-на-Дону: Легион, 2015. – 192с. – (Мастер-класс).

КЕЙВ Мария Анатольевна – кандидат педагогических наук, доцент кафедры алгебры, геометрии и методики их преподавания КГПУ им. В.П.Астафьева; e-mail: mkejv@yandex.ru

КОЖУХОВСКАЯ Валентина Анатольевна – магистрант КГПУ им. В.П.Астафьева; учитель математики Балахтинской СОШ №1; e-mail: kozhukhovskaya93@mail.ru